

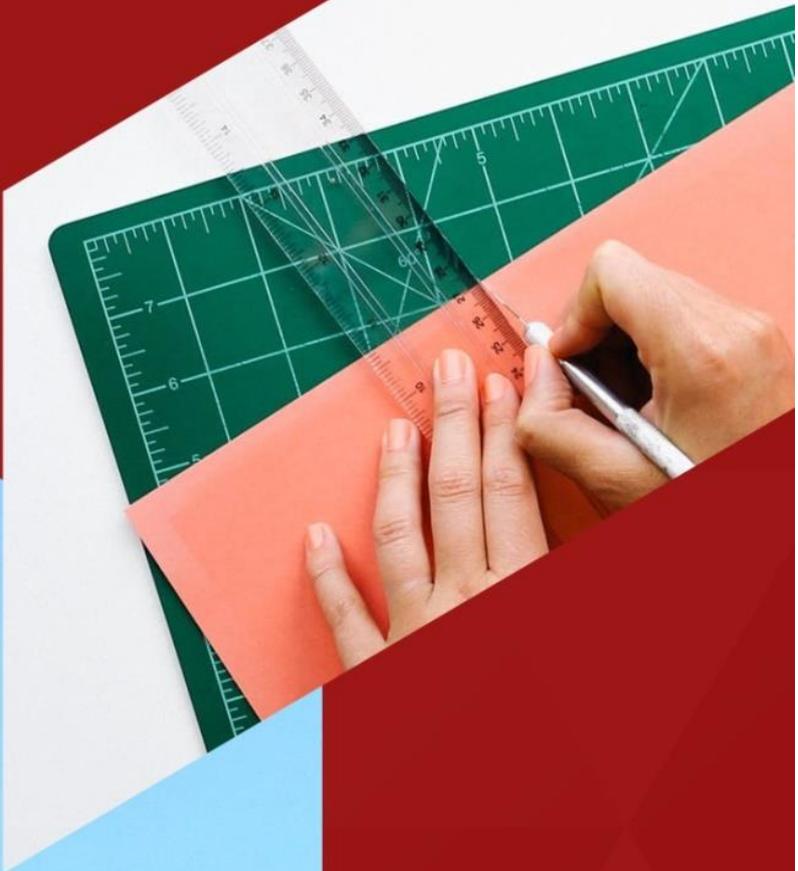


KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ANAK USIA DINI,
PENDIDIKAN DASAR DAN PENDIDIKAN MENENGAH
DIREKTORAT SEKOLAH MENENGAH ATAS
2020



Modul Pembelajaran SMA

Matematika Umum



KELAS
X



**PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN
NILAI MUTLAK LINEAR SATU VARIABEL
MATEMATIKA UMUM KELAS X**

**PENYUSUN
Yenni Dian Anggraini, S.Pd.,M.Pd.,MBA.
SMA Negeri 9 Kendari**

DAFTAR ISI

| | |
|--|----|
| PENYUSUN | 2 |
| DAFTAR ISI | 3 |
| GLOSARIUM | 4 |
| PETA KONSEP | 5 |
| PENDAHULUAN | 6 |
| A. Identitas Modul | 6 |
| B. Kompetensi Dasar | 6 |
| C. Deskripsi Singkat Materi | 6 |
| D. Petunjuk Penggunaan Modul | 6 |
| E. Materi Pembelajaran | 7 |
| KEGIATAN PEMBELAJARAN 1 | 8 |
| KONSEP NILAI MUTLAK | 8 |
| A. Tujuan Pembelajaran | 8 |
| B. Uraian Materi | 8 |
| C. Rangkuman | 11 |
| D. Latihan Soal | 11 |
| E. Penilaian Diri | 13 |
| KEGIATAN PEMBELAJARAN 2 | 14 |
| PERSAMAAN NILAI MUTLAK LINEAR SATU VARIABEL | 14 |
| A. Tujuan Pembelajaran | 14 |
| B. Uraian Materi | 14 |
| C. Rangkuman | 18 |
| D. Latihan Soal | 18 |
| E. Penilaian Diri | 22 |
| KEGIATAN PEMBELAJARAN 3 | 23 |
| PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK LINEAR SATU VARIABEL | 23 |
| A. Tujuan Pembelajaran | 23 |
| B. Uraian Materi | 23 |
| C. Rangkuman | 26 |
| D. Latihan Soal | 26 |
| E. Penilaian Diri | 28 |
| EVALUASI | 29 |
| DAFTAR PUSTAKA | 33 |

GLOSARIUM

- Variabel** : adalah lambang pengganti suatu bilangan yang belum diketahui nilainya dengan jelas, variabel disebut juga peubah.
- Kalimat terbuka** : adalah sebuah kalimat yang memiliki variabel atau memuat variabel.
- Persamaan** : adalah kalimat terbuka yang memuat tanda sama dengan.
- Pertidaksamaan** : adalah kalimat terbuka yang menggunakan relasi tidak sama ($>$, $<$, \leq , atau \geq).
- Persamaan linear** : adalah persamaan yang setiap sukunya mengandung konstanta dengan variabel berderajat satu.
- Pertidaksamaan linear** : adalah pertidaksamaan yang setiap sukunya mengandung konstanta dengan variabel berderajat satu atau tunggal.
- Nilai Mutlak** : adalah nilai suatu bilangan riil atau asli tanpa tanda \pm .
- Persamaan linear satu variabel** : adalah persamaan linear yang memiliki satu variabel.
- Pertidaksamaan linear satu variabel** : adalah pertidaksamaan linear yang memiliki satu variabel.

PETA KONSEP



PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

| | |
|----------------|--|
| Mata Pelajaran | : Matematika Umum |
| Kelas | : X (Sepuluh) |
| Alokasi Waktu | : 12 JP |
| Judul Modul | : Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel |

B. Kompetensi Dasar

- 3.1 Menginterpretasi persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak dari bentuk linear satu variabel dengan persamaan dan pertidaksamaan linear Aljabar lainnya.
- 4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak dari bentuk linear satu variabel.

C. Deskripsi Singkat Materi

Pada modul ini peserta didik akan mempelajari konsep, penyelesaian dan penerapan nilai mutlak. Untuk mempelajari modul ini, para peserta didik diharapkan telah menguasai dasar-dasar garis bilangan, penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan real. Selain penjelasan mengenai materi yang ditampilkan, modul ini juga dilengkapi dengan latihan untuk menguji pemahaman dan penguasaan dari peserta didik terhadap materi yang telah dipelajari. Modul ini disusun dengan bahasa yang sederhana, contoh-contoh yang kontekstual, dan dibuat berurutan sesuai dengan urutan materi yang terlebih dahulu perlu dikuasai. Setelah memahami materi ini peserta didik diharapkan dapat menentukan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak dari bentuk linear satu variabel dan menerapkan pada permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Untuk mempelajari modul ini hal-hal yang perlu dilakukan oleh peserta didik adalah sebagai berikut.

1. Baca pendahuluan modul untuk mengetahui arah pengembangan modul.
2. Membaca kompetensi dasar dan tujuan yang ingin dicapai melalui modul.
3. Agar memperoleh gambaran yang utuh mengenai modul, maka pengguna perlu membaca dan memahami peta konsep.
4. Mempelajari modul secara berurutan agar memperoleh pemahaman yang utuh.
5. Memahami contoh-contoh soal yang ada, dan mengerjakan semua soal latihan yang ada.
6. Jika dalam mengerjakan soal menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
7. Ikuti semua tahapan dan petunjuk yang ada pada modul ini.
8. Mempersiapkan alat tulis untuk mengerjakan soal-soal latihan.
9. Selamat belajar menggunakan modul ini, semoga bermanfaat.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **3** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama : Konsep Nilai Mutlak

Kedua : Persamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

Ketiga : Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

KONSEP NILAI MUTLAK

A. Tujuan Pembelajaran

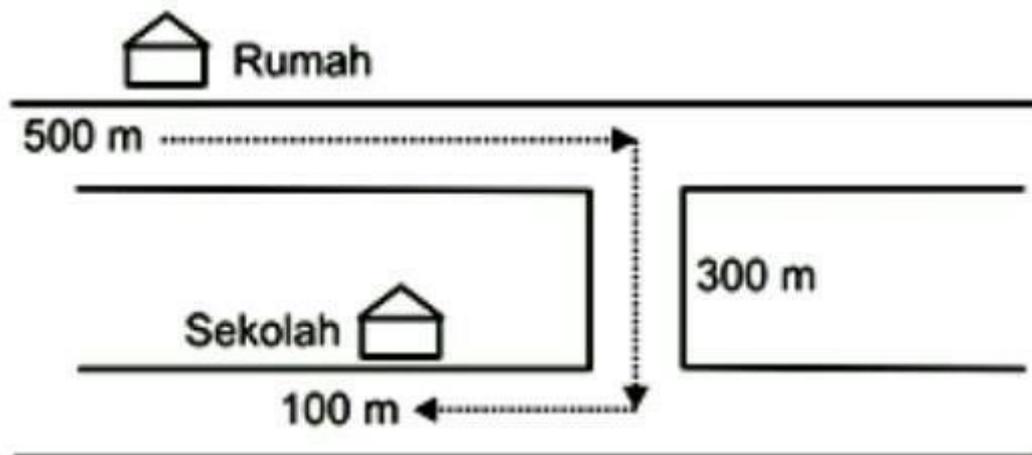
Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan peserta didik mampu:

1. Memahami konsep nilai mutlak.
2. Menggambar grafik fungsi nilai mutlak.

B. Uraian Materi

1. Konsep Nilai Mutlak

Peserta didik sekalian, pernahkah kalian memikirkan berapa jarak antara rumah ke sekolah? Pada saat kalian memikirkan jarak tersebut, pernahkah terlintas dalam pikiran kalian bahwa jarak tersebut bernilai positif, negatif, atau mungkin selalu positif, atau selalu negatif? Mengapa demikian? Tentu kalian penasaran bukan? Untuk menjawab rasa penasaran kalian marilah menyimak konsep jarak yang berkaitan dengan nilai mutlak. Simaklah ilustrasi berikut.



Gambar 1. Ilustrasi Jarak
(Sumber: <https://brainly.co.id/tugas/22118492>)

Seorang anak akan menempuh perjalanan pergi pulang dari rumah ke sekolah setiap hari. Untuk itu ia harus menempuh jarak tertentu, baik itu searah maupun berlawanan arah dari rumah ke sekolahnya. Kalian dapat memperhatikan Gambar 1 di atas, bahwa semua jarak yang mungkin akan ditempuh oleh anak tersebut dinyatakan dalam bilangan positif. Apakah kalian sudah mulai memahami konsep jarak?

Dalam kehidupan sehari-hari, seringkali kita dihadapkan pada permasalahan yang berhubungan dengan jarak. Misalnya kita ingin menghitung jarak antara rumah dengan sekolah atau kota yang satu dengan kota yang lain. Dalam kaitannya dengan pengukuran jarak antara dua tempat ini, terlihat sesuatu keistimewaan, bahwa jarak ini nilainya selalu positif. Dengan kata lain pengukuran jarak antara dua tempat nilainya

tidak pernah negatif. Sehingga diperlukan konsep nilai mutlak, yaitu nilai non negatif dari suatu bilangan.

Definisi Nilai Mutlak

Misalkan x bilangan real, $|x|$ dibaca nilai mutlak x , dan didefinisikan sebagai

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{jika } x \geq 0 \\ -x, & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

Definisi di atas dapat diungkapkan dengan kalimat sehari-hari seperti berikut ini. Nilai mutlak suatu bilangan positif atau nol adalah bilangan itu sendiri, sedangkan nilai mutlak dari suatu bilangan negatif adalah lawan dari bilangan negatif itu. Berdasarkan definisi tersebut maka:

- $|5| = 5$, karena $5 > 0$ (5 adalah bilangan positif).
- $|-3| = -(-3) = 3$, karena $-3 < 0$ (-3 adalah bilangan negatif).

Contoh 1:

Tentukan $|x + 2|$ untuk x bilangan real dengan menggunakan definisi nilai mutlak!

Alternatif Penyelesaian:

Berdasarkan definisi nilai mutlak maka:

$$\begin{cases} x + 2 & \text{jika } x + 2 \geq 0 \\ -(x + 2) & \text{jika } x + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 & \text{jika } x \geq -2 \\ -x - 2 & \text{jika } x < -2 \end{cases}$$

Contoh 2:

Pada musim penghujan beberapa waktu yang lalu, telah terjadi kenaikan debit air di sungai Citarum. Ambang batas normal debit air di sungai tersebut berkisar $400 \text{ m}^3/\text{detik}$, sebagai acuan untuk menentukan status kewaspadaan banjir di sungai itu. Tentukan fungsi nilai mutlak peningkatan dan penurunan debit air tersebut dengan perubahan dalam liter/detik.

Alternatif Penyelesaian:

Misalkan: x adalah debit air sungai, ambang batas normal debit air = $400 \text{ m}^3/\text{detik}$. Maka fungsi nilai mutlak peningkatan dan penurunan debit air tersebut dengan perubahan dalam liter/detik adalah: $f(x) = y = |x - 400|$.

Peserta didik sekalian, apakah kalian mulai memahami konsep jarak? Apakah kalian telah memahami konsep nilai mutlak? Bagaimana pula pemahaman kalian tentang konsep jarak yang berkaitan dengan nilai mutlak? Jika kalian belum memahami konsep-konsep tersebut sepenuhnya silahkan kalian membaca kembali materi ini, kalian juga dianjurkan untuk membaca dari sumber bacaan lain. Selain bermanfaat untuk menambah wawasan dan pengetahuan kalian, kegiatan tersebut juga akan meningkatkan kemampuan literasi kalian.

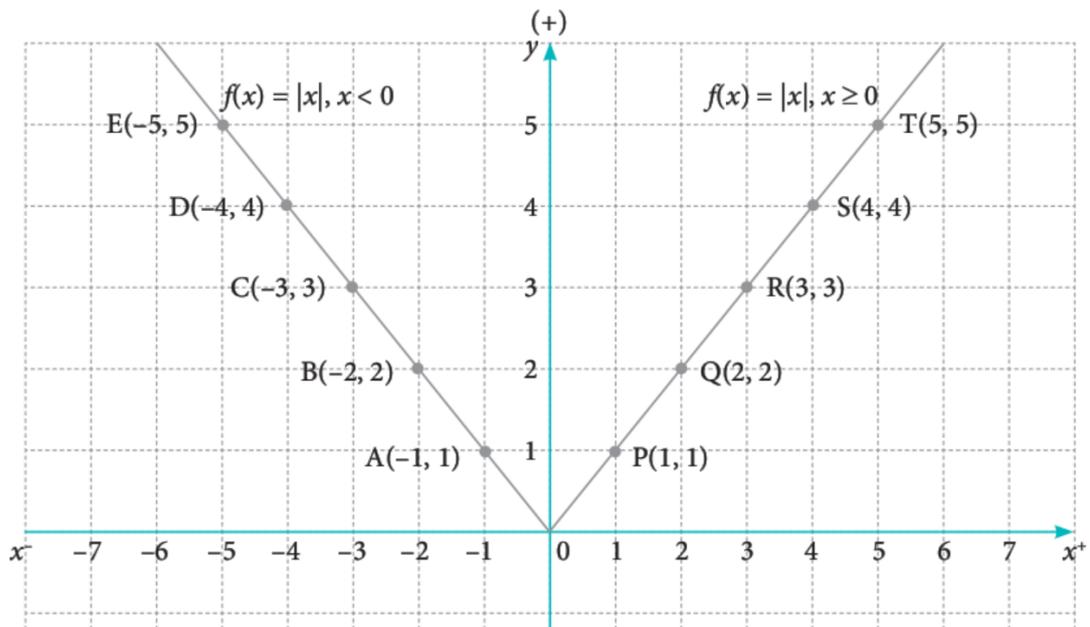
2. Menggambar Grafik Fungsi Nilai Mutlak

Untuk lebih memperjelas konsep nilai mutlak dan memberikan gambaran secara geometris, akan lebih baik jika kita dapat membuat gambar grafik fungsi nilai mutlak. Sebelumnya kita buat tabel nilai-nilai fungsi nilai mutlak dari beberapa titik bantu. Silahkan mencermati tabel berikut.

Tabel 1. Koordinat titik bantu yang memenuhi fungsi $y = |x|$

| | Untuk $x < 0$ | | | | | Untuk $x \geq 0$ | | | | | | | |
|--------------|---------------|--------|--------|--------|--------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| x | ... | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| y | ... | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| (x,y) | ... | (-5,5) | (-4,4) | (-3,3) | (-2,2) | (-1,1) | (0,0) | (1,1) | (2,2) | (3,3) | (4,4) | (5,5) | ... |

Sebagaimana yang telah diuraikan sebelumnya, maka kita mengisi nilai $y = |x|$ sesuai dengan definisi nilai mutlak. Titik-titik yang kita peroleh pada tabel, kemudian disajikan dalam sistem koordinat kartesius sebagai berikut.



Gambar 2. Grafik Fungsi $y = f(x) = |x|$

Bagaimana sekarang? Apakah kalian mulai memahami gambar grafik fungsi nilai mutlak? Apakah kalian mampu menggambar sendiri? Untuk menambah kemampuan kalian dalam menggambar grafik fungsi nilai mutlak, marilah cermati contoh selanjutnya.

Contoh: Gambarlah grafik $y = |x - 2|$.

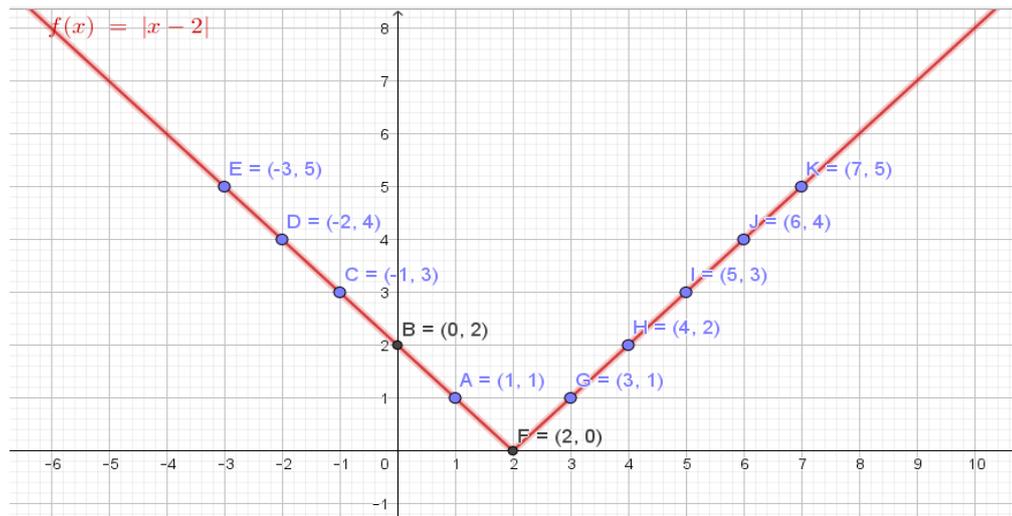
Alternatif Penyelesaian:

Langkah pertama kalian harus membuat tabel nilai fungsi mutlak $y = |x - 2|$ dari beberapa titik bantu.

Tabel 2. Koordinat titik bantu yang memenuhi fungsi $y = |x - 2|$

| | Untuk $x < 2$ | | | | | Untuk $x \geq 2$ | | | | | |
|---------------------------------|---------------|--------|--------|-------|-------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| $y = x - 2$ | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| (x,y) | (-3,5) | (-2,4) | (-1,3) | (0,2) | (1,1) | (2,0) | (3,1) | (4,2) | (5,3) | (6,4) | (7,5) |

Langkah kedua, kita mengisi nilai $y = |x - 2|$ sesuai dengan definisi nilai mutlak. Langkah selanjutnya, titik-titik yang kita peroleh pada tabel, kemudian disajikan dalam sistem koordinat kartesius sebagai berikut.

Gambar 3. Grafik Fungsi $y = f(x) = |x - 2|$

Gambar 3 di atas adalah gambar grafik fungsi $y = |x - 2|$ untuk interval nilai $-3 \leq x \leq 7$. Bagaimana, mudah bukan? Jika kalian masih belum memahami, silahkan mengulang kembali langkah-langkah menggambar grafik fungsi nilai mutlak ini. Kalian pasti mampu mengerjakan sendiri dengan baik dan benar. Menurut kalian bagaimana penerapan materi ini dalam kehidupan sehari-hari selain permasalahan jarak dan waktu?

C. Rangkuman

1. Nilai mutlak adalah nilai bilangan yang selalu positif. Nilai mutlak suatu bilangan positif atau nol adalah bilangan itu sendiri, sedangkan nilai mutlak dari suatu bilangan negatif adalah lawan dari bilangan negatif itu.
2. Langkah-langkah untuk membuat grafik fungsi nilai mutlak adalah, (1) membuat tabel fungsi nilai mutlak dari beberapa titik bantu, (2) mengisi tabel fungsi nilai mutlak sesuai dengan definisi nilai mutlak, (3) titik-titik yang diperoleh pada tabel kemudian disajikan dalam sistem koordinat kartesius.

D. Latihan Soal

Soal Essay

1. Tentukan $|-2x + 5|$ untuk x bilangan real dengan menggunakan definisi nilai mutlak!
2. Tentukanlah nilai mutlak untuk bentuk $\left|\frac{3}{7} - \frac{2}{5}\right|$.
3. Apakah nilai x ada untuk persamaan $-5|3x - 7| + 4 = 14$? Jika ada jelaskan cara mencarinya, jika tidak ada mengapa?
4. $|k| = k$, untuk setiap k bilangan asli, apakah pernyataan tersebut bernilai benar? Mengapa? Berikanlah alasan yang logis atas jawaban tersebut.
5. Suatu grup musik merilis album, penjualan per minggu (dalam ribuan) dinyatakan dengan model $s(t) = |2t - 3|$, t waktu (dalam minggu).
 - (a) Gambarkan grafik fungsi penjualan $s(t)$.
 - (b) Hitunglah total penjualan album selama 44 minggu pertama.

Pembahasan Soal Latihan

1. Alternatif Penyelesaian:

$$|-2x + 5| = \begin{cases} -2x + 5, & \text{jika } -2x + 5 \geq 0 \\ -(-2x + 5), & \text{jika } -2x + 5 < 0 \end{cases}$$

$$|-2x + 5| = \begin{cases} -2x + 5, & \text{jika } x \geq \frac{5}{2} \\ 2x - 5, & \text{jika } x < \frac{5}{2} \end{cases}$$

(Skor 15)

2. Alternatif Penyelesaian:

$$\left| \frac{3}{7} - \frac{2}{5} \right| = \left| \frac{15}{35} - \frac{14}{35} \right| = \frac{1}{35}$$

(Skor 15)

3. Alternatif Penyelesaian:

$$-5|3x - 7| + 4 = 14$$

$$-5|3x - 7| = 14 - 4$$

$$-5|3x - 7| = 10$$

$$|3x - 7| = -50$$

$-50 < 0$, sesuai definisi nilai mutlak, jika $c < 0$ maka persamaan tersebut tidak memiliki penyelesaian.

(Skor 20)

4. Alternatif Penyelesaian:

$|k| = k$, untuk setiap k bilangan asli adalah benar. Karena bilangan asli adalah bilangan bulat positif yang dimulai dari angka 1.

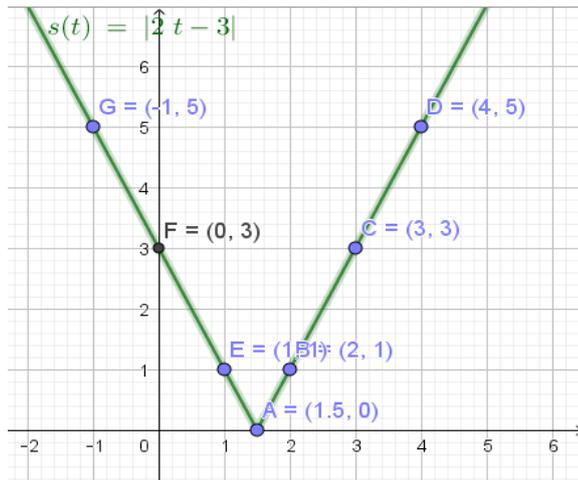
(Skor 15)

5. Alternatif Penyelesaian:

(a) Tabel 3. Koordinat titik bantu yang memenuhi fungsi $s(t) = |2t - 3|$, t waktu (dalam minggu)

| | $t < 0$ | | | $t \geq 0$ | | | | | | |
|-------------|---------|--------|--------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| t | ... | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| $S(t)$ | ... | 2 | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| $(t, s(t))$ | ... | (-2,2) | (-1,1) | (0,0) | (1,1) | (2,2) | (3,3) | (4,4) | (5,5) | ... |

Grafik fungsi $s(t) = |2t - 3|$



(b). Total penjualan album selama 44 minggu pertama:

$$s(t) = |2t - 3|, t \text{ (dalam minggu)} = 44$$

$$s(44) = |2(44) - 3|$$

$$s(44) = |88 - 3|$$

$$s(44) = |85| = 85$$

(Skor 35)

Nilai Latihan soal ini adalah: jumlah semua skor dari setiap nomor

E. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

| No. | Pertanyaan | Jawaban | |
|-----|---|--------------------------|-----------------------------|
| 1 | Apakah Saya telah memahami konsep nilai mutlak? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 2 | Apakah Saya dapat menerapkan definisi nilai mutlak untuk menentukan variabel dari suatu fungsi nilai mutlak ? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 3 | Apakah Saya dapat menggambar grafik fungsi nilai mutlak? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 4 | Apakah Saya dapat menyusun fungsi nilai mutlak dari sebuah soal cerita? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |

Bila ada jawaban "Tidak", maka segeralah kalian lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak"

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

PERSAMAAN NILAI MUTLAK LINEAR SATU VARIABEL

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan peserta didik mampu:

1. memahami sifat-sifat suatu persamaan nilai mutlak linear satu variabel,
2. menggunakan sifat-sifat nilai mutlak untuk menyelesaikan persamaan nilai mutlak linear satu variabel,
3. melakukan operasi aljabar yang melibatkan persamaan nilai mutlak linear satu variabel serta penggunaannya untuk menyelesaikan masalah kontekstual dalam kehidupan sehari-hari dengan terampil.

B. Uraian Materi

1. Sifat-sifat Nilai Mutlak

Peserta didik sekalian, apakah kalian masih penasaran dengan penggunaan fungsi nilai mutlak? Apakah kalian tertarik untuk memahami lebih lanjut tentang fungsi nilai mutlak? Baiklah kita akan melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan membahas tentang sifat-sifat fungsi nilai mutlak. Ada dua macam penerapan fungsi nilai mutlak linear satu variabel, yaitu persamaan dan pertidaksamaan. Kali ini kita akan membahas tentang sifat-sifat nilai mutlak linear satu variabel yang sering digunakan untuk menyelesaikan persamaan nilai mutlak linear satu variabel. Selain dari definisi nilai mutlak yang sudah kalian pelajari sebelumnya, terdapat beberapa sifat nilai mutlak yang sering digunakan dalam menyelesaikan masalah yang melibatkan persamaan nilai mutlak linear satu variabel ialah sebagai berikut.

sifat nilai mutlak yang melibatkan persamaan nilai mutlak linear satu variabel

1. $|x| = \sqrt{x^2}$
2. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
3. $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$

Selain sifat-sifat di atas, ada hal lain yang perlu kalian ketahui pada bentuk persamaan nilai mutlak linear satu variabel, yaitu persamaan tersebut dapat diperoleh dari persamaan atau fungsi nilai mutlak yang diberikan. Misalnya, jika diketahui $|ax + b| = c$, untuk $a, b, c \in \mathbb{R}$, maka menurut definisi nilai mutlak diperoleh persamaan $ax + b = c$ atau $ax + b = -c$.

Untuk lebih jelasnya bagaimana menerapkan sifat-sifat di atas, marilah mencermati contoh soal berikut.

Contoh 1.

Berdasarkan salah satu sifat nilai mutlak, selesaikanlah persamaan nilai mutlak linear satu variabel $|2x - 1| = 7$.

Alternatif Penyelesaian:

Berdasarkan sifat (1) maka:

$$\sqrt{(2x - 1)^2} = 7$$

$$(\sqrt{(2x - 1)^2})^2 = 7^2$$

$$(2x - 1)^2 = 7^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 49$$

$$4x^2 - 4x - 48 = 0$$

$$x^2 - x - 12 = 0, \text{ faktorkan persamaan kuadrat di ruas kiri}$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0, \text{ diperoleh}$$

$$x = 4 \text{ atau } x = -3$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 4$ atau $x = -3$

Nah, mudah bukan? Ternyata penerapan salah satu sifat nilai mutlak tidak terlalu sulit ya. Tentu kalian dapat mencermati bahwa untuk menyelesaikan soal ini kemampuan pra syarat yang harus kalian kuasai adalah kemampuan operasi dasar perhitungan dan pemfaktoran persamaan kuadrat. Bagaimana, apakah masih diperlukan contoh soal lain untuk memperjelas pemahaman kalian? Baiklah, silahkan cermati contoh soal berikut.

Contoh 2.

Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $|2x - 1| = |x + 3|$.

Alternatif Penyelesaian:

$$\sqrt{(2x - 1)^2} = \sqrt{(x + 3)^2}$$

$$(\sqrt{(2x - 1)^2})^2 = (\sqrt{(x + 3)^2})^2$$

$$(2x - 1)^2 = (x + 3)^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 - 10x - 8 = 0, \text{ faktorkan persamaan kuadrat di ruas kiri}$$

$$(x - 4)(3x + 2) = 0, \text{ diperoleh}$$

$$x = 4 \text{ atau } x = -2/3$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 4$ atau $x = -2/3$

Bagaimana dengan contoh kedua ini? Pasti kalian sudah lebih memahami penggunaan sifat-sifat nilai mutlak untuk menyelesaikan persamaan nilai mutlak linear satu variabel ya. Jika pun kalian belum memahami dengan baik, jangan ragu untuk mengulang kembali materi yang telah dipelajari sampai kalian betul-betul memahami dengan baik.

2. Penerapan Persamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

Peserta didik sekalian, tahukah kalian bahwa persamaan nilai mutlak sangat banyak manfaat dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Tentu saja penerapannya harus menggunakan sifat-sifat nilai mutlak yang akan membantu menyelesaikan persamaan nilai mutlak linear satu variabel. Jadi sebelum kalian menggunakan persamaan nilai mutlak linear satu variabel untuk menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari, kalian harus memahami sifat-sifat nilai mutlak. Nah, bagaimana penerapan persamaan nilai mutlak linear satu variabel dalam kehidupan sehari-hari? Marilah mencermati contoh berikut.

Contoh 3.

Waktu rata-rata yang diperlukan seorang siswa untuk menyelesaikan soal-soal matematika adalah 3 menit. Catatan waktu pengerjaan siswa lebih cepat atau lebih lambat 1 menit dari waktu rata-rata. Tulislah sebuah persamaan untuk menampilkan situasi ini, kemudian selesaikan persamaan itu untuk menentukan waktu tercepat dan waktu terlamanya.



Gambar 3. Ilustrasi Siswa Belajar

(Sumber: <https://cerdasnurani.com/ppdb/cerdas-nurani-batujajar/waktu-jam-belajar-2/>)

Alternatif Penyelesaian:

Misalkan catatan waktu pengerjaan siswa adalah x menit. Karena catatan waktu siswa bisa lebih cepat atau lebih lambat 1 menit dari waktu rata-rata, yaitu 3 menit, dan lamanya waktu itu tidak mungkin bernilai negatif, maka model dalam bentuk persamaan nilai mutlak adalah:

$$|x - 3| = 1.$$

Untuk menentukan waktu tercepat dan waktu terlama, kita tinggal menyelesaikan persamaan nilai mutlak tersebut. Kuadratkan kedua ruas dari persamaan $|x - 3| = 1$ untuk menghilangkan tanda nilai mutlak, sehingga diperoleh

$$|x - 3| = 1$$

$$(x - 3)^2 = 1^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = 1$$

$$x^2 - 6x + 9 - 1 = 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 2)(x - 4) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ atau } x - 4 = 0$$

$$x = 2 \qquad \qquad x = 4$$

Dengan menguji setiap nilai x ke dalam persamaan $|x - 3| = 1$, maka:

untuk $x = 2$

$$|x - 3| = 1$$

$$|2 - 3| = 1$$

$$|-1| = 1$$

$$1 = 1 \text{ (benar)}$$

untuk $x = 4$

$$|x - 3| = 1$$

$$|4 - 3| = 1$$

$$|1| = 1$$

$$1 = 1 \text{ (benar)}$$

Jadi catatan waktu tercepat siswa dalam mengerjakan soal adalah 2 menit dan waktu terlama adalah 4 menit. Jika kalian adalah seorang guru, apakah informasi ini penting? Tindakan apakah yang dapat kalian lakukan dengan informasi tersebut untuk meningkatkan prestasi siswa?

Contoh 4.



Gambar 4. Ilustrasi Jarak

(Sumber: <https://blog.ruangguru.com/menyelesaikan-persamaan-linear-mutlak>)

Sepulang sekolah, Rogu ingin ke rumah Rangga. Namun ia juga ingin membeli buku. Tapi, Rogu lupa letak toko bukunya. Ia hanya tahu bahwa ada toko buku di sekitar rumahnya. Padahal jika toko bukunya lebih dekat dari rumah Rangga, Rogu pasti memilih membeli buku terlebih dahulu. Rogu ingat, sewaktu jam istirahat, Rangga bercerita bahwa jarak sekolah ke rumahnya adalah 5 km. Rangga juga memberi tahu bahwa memang ada toko buku pada jarak 1 km dari rumahnya. Tapi di mana tepatnya letak toko buku itu bila dihitung dari sekolah?

Alternatif Penyelesaiannya:

Misalkan jarak toko buku dari sekolah adalah x , maka persamaan linear mutlaknyanya yaitu:

$$\begin{aligned}
 |x - 5| &= 1 \\
 (x - 5)^2 &= 1^2 \\
 x^2 - 10x + 25 &= 1 \\
 x^2 - 10x + 25 - 1 &= 0 \\
 x^2 - 10x + 24 &= 0 \\
 (x - 6)(x - 4) &= 0 \\
 x = 6 &\text{ atau } x = 4
 \end{aligned}$$

Jadi, ada dua kemungkinan letak toko buku. Pertama yaitu 6 km dari sekolah Rogu dan yang kedua yaitu 4 km dari sekolahnya. Jika kalian sebagai Rogu, apa yang akan kalian lakukan? Mengapa?

Apakah kalian semakin memahami materi ini? Dapatkah kalian membuat penerapan materi ini dalam permasalahan lain selain dari dua contoh di atas? Jika kalian masih kesulitan untuk membuatnya cobalah mengulang kembali mempelajari materi di atas. Jangan mudah menyerah dan putus asa, tetap semangat.

C. Rangkuman

1. Sifat-sifat nilai mutlak yang melibatkan persamaan nilai mutlak linear satu variabel adalah sebagai berikut.
 - i. $|x| = \sqrt{x^2}$
 - ii. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
 - iii. $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$
2. Persamaan linear satu variabel dapat diperoleh dari persamaan atau fungsi nilai mutlak yang diberikan. Misalnya, jika diketahui $|ax + b| = c$, untuk $a, b, c \in \mathbb{R}$, maka menurut definisi nilai mutlak diperoleh persamaan $ax + b = c$ atau $ax + b = -c$.
3. Penyelesaian persamaan nilai mutlak $|ax + b| = c$ ada, jika $c \geq 0$.

D. Latihan Soal

Soal Pilihan Ganda

1. Jika $|x|=2$, maka nilai x yang memenuhi adalah...
 - A. 1 atau 2
 - B. -1 atau 2
 - C. -2 atau 2
 - D. -2
 - E. 2
2. Himpunan penyelesaian dari $|2x + 3| = 9$ adalah...
 - A. $\{-6, 3\}$
 - B. $\{-3, 3\}$
 - C. $\{-3, 6\}$
 - D. $\{2, 3\}$
 - E. $\{-3, 2\}$
3. Jika $|x + 1| + 2x = 7$, maka nilai x yang memenuhi adalah ...
 - A. $\{-1, 4\}$
 - B. $\{-4, 1\}$
 - C. $\{-4, -1\}$
 - D. $\{4, 1\}$
 - E. $\{4, -1\}$
4. Nilai x yang memenuhi persamaan $|2x-6| = -2$ adalah...
 - A. 2
 - B. 2 atau 4
 - C. -2 atau 4
 - D. 4
 - E. tidak ada yang memenuhi.
5. Himpunan penyelesaian dari $|4x - 2| = |x + 7|$ adalah...
 - A. $\{-3, 1\}$
 - B. $\{-2, 7\}$
 - C. $\{-1, 3\}$
 - D. $\{-1, 5\}$
 - E. $\{-5, -1\}$

6. Nilai x yang memenuhi $|3x - 6| - |x + 2| = 0$ adalah...
 A. 2 atau 3
 B. 1 atau 4
 C. 2 atau 4
 D. 1 atau 3
 E. 1 atau 2
7. Himpunan penyelesaian dari $\left| \frac{x+7}{2x-1} \right| = 2$ adalah...
 A. $\{-1,0\}$
 B. $\{-1,3\}$
 C. $\{1,3\}$
 D. $\{2,3\}$
 E. $\{-1,-3\}$
8. Tentukan nilai x yang yang memenuhi persamaan $|2x - 5| = 3 + 2|7 - x|$.
 A. $11/2$
 B. $-3/2$
 C. $-11/2$
 D. $7/2$
 E. $3/2$
9. Perhatikan gambar 5 berikut.



Gambar 5. Ilustrasi Jarak Minimarket

(Sumber: <https://mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-soal-cerita-nilai-mutlak/>)

- Sebuah perusahaan sudah mendirikan minimarket A di kilometer ke-20 pada suatu jalan dan minimarket B di kilometer ke-50 pada jalan yang sama. Perusahaan tersebut ingin mendirikan sebuah minimarket lagi di jalan tersebut. Jika perusahaan menginginkan minimarket yang baru memiliki jarak lebih dari 20 km terhitung dari minimarket B, pada kilometer berapakah minimarket yang baru mungkin didirikan?
- A. Lebih dari km-70.
 B. Kurang dari km-30.
 C. Kurang dari km-20 atau lebih dari km-70.
 D. Kurang dari km-30 atau lebih dari km-70.
 E. Antara km-30 dan km-70.
10. Ketinggian normal permukaan air Sungai Bengawan adalah 120 cm. Ketinggian permukaan air Sungai Bengawan dapat berubah-ubah pada musim kemarau atau musim penghujan. Jika penyimpangan ketinggian permukaan air sungai tersebut kurang dari 11 cm, maka interval ketinggian Sungai Bengawan adalah...
 A. kurang dari 109 cm
 B. lebih dari 120 cm
 C. lebih dari 131 cm
 D. antara 109 cm dan 131 cm
 E. antara 109 cm dan 120 cm

Kunci dan Pembahasan

Kunci Latihan Soal Pilihan Ganda

1. C
2. A
3. B
4. E
5. C
6. B
7. B
8. A
9. D
10. D

Pembahasan

1. Alternatif Penyelesaian:
 $|x|=2$, sesuai definisi nilai mutlak maka diperoleh:
 Untuk $x \geq 0$, maka $x = 2$
 Untuk $x < 0$, maka $-x = 2$ atau $x = -2$
 Jadi nilai x yang memenuhi adalah 2 atau -2.
2. Alternatif Penyelesaian:
 $|2x + 3| = 9$, sesuai definisi nilai mutlak maka diperoleh:
 Untuk $x \geq 0$, maka $2x + 3 = 9$

$$2x = 9 - 3$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$
 Untuk $x < 0$, maka $-(2x + 3) = 9$

$$-2x - 3 = 9$$

$$-2x = 9 + 3$$

$$-2x = 12$$

$$x = -6$$
 Jadi nilai x yang memenuhi adalah 2 atau -6.
3. Alternatif Penyelesaian:
 Pada bentuk ini ada dua penyelesaian.
 (*) $2x + 3 = 5$
 $2x = 5 - 3$
 $2x = 2 \iff x = 1$

 (**) $2x + 3 = -5$
 $2x = -5 - 3$
 $2x = -8 \iff x = -4$
 Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-4, 1\}$
4. Alternatif Penyelesaian:
 Sesuai definisi, terdapat nilai x yang memenuhi persamaan nilai mutlak jika $c \geq 0$, karena $c = -2 < 0$, maka tidak ada nilai x yang memenuhi persamaan $|2x-6| = -2$.

5. Alternatif Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan persamaan diatas, menggunakan dua kemungkinan penyelesaian yaitu:

$$(i) \quad 4x - 2 = x + 7$$

$$x = 3$$

$$(ii) \quad 4x - 2 = -(x + 7)$$

$$x = -1$$

Jadi penyelesaian persamaan $|4x - 2| = |x + 7|$ adalah $x = 3$ atau $x = -1$

6. Alternatif Penyelesaian:

$$|3x - 6| - |x + 2| = 0$$

$$|3x - 6| = |x + 2|$$

$$(3x - 6)^2 = (x + 2)^2$$

$$9x^2 - 36x + 36 = x^2 + 4x + 4$$

$$8x^2 - 40x + 32 = 0 \text{ (masing - masing ruas dibagi 8)}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 4)(x - 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ atau } x = 1$$

Jadi nilai x yang memenuhi $|3x - 6| - |x + 2| = 0$ adalah $x = 4$ atau $x = 1$

7. Alternatif Penyelesaian:

$$\left| \frac{x+7}{2x-1} \right| = 2 \text{ Berdasarkan sifat-sifat pertidaksamaan nilai mutlak diperoleh}$$

$$\frac{|x+7|}{|2x-1|} = 2$$

$$|x + 7| = 2 |2x - 1|$$

$$|x + 7| = |4x - 2|$$

$$(x + 7)^2 = (4x - 2)^2$$

$$x^2 + 14x + 49 = 16x^2 - 16x + 4$$

$$15x^2 - 30x - 45 = 0 \text{ (masing-masing ruas dibagi 15)}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3 \text{ atau } x = -1$$

Jadi himpunan penyelesaian dari $\left| \frac{x+7}{2x-1} \right| = 2$ adalah $\{-1, 3\}$

8. Alternatif Penyelesaian:

$$|2x + 5| = 3 + 2|7-x|$$

$$(2x - 5)^2 = (3 + 2[7 - x])^2$$

$$(4x^2 - 20x + 25) = (9 + 12[7 - x] + 4[49 - 14x + x^2])$$

$$(4x^2 - 20x + 25) = (9 + [84 - 12x] + [196 - 56x + 4x^2])$$

$$(4x^2 - 20x + 25) = (289 - 68x + 4x^2)$$

$$0x^2 + 48x + 264 = 0$$

$$12(4x - 22) = 0$$

$$x = 11/2$$

9. Alternatif Penyelesaian:

Diketahui minimarket B terletak pada km-50. Misalkan x menyatakan letak minimarket baru pada jalan tersebut. Karena minimarket ini dibangun dalam jarak lebih dari 20 km terhitung dari minimarket B, maka kita peroleh pertidaksamaan nilai mutlak:

$$|x-50| > 20.$$

Berdasarkan sifat pertidaksamaan nilai mutlak, diperoleh $x-50 > 20 \Leftrightarrow x > 70$ atau $x-50 < -20 \Leftrightarrow x < 30$.

Jadi, minimarket baru tersebut dapat dibangun di jalan dengan letak kurang dari km-30 atau lebih dari km-70.

10. Alternatif Penyelesaian:

Diketahui ketinggian normalnya 120 cm dan penyimpangan ketinggian kurang dari 11 cm. Misalkan x menyatakan ketinggian air yang mungkin tercapai dalam satuan cm. Kita peroleh pertidaksamaan nilai mutlak:

$$|x-120| < 11$$

Berdasarkan sifat pertidaksamaan nilai mutlak, $-11 < x-120 < 11$
 Tambahkan 120 pada ketiga ruas sehingga menjadi: $109 < x < 131$. Jadi, interval ketinggian air di Sungai Bengawan adalah antara 109 cm dan 131 cm.

Nilai Latihan soal ini adalah: $\frac{\text{Jumlah jawaban benar}}{10} \times 100$

E. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

| No. | Pertanyaan | Jawaban | |
|-----|--|--------------------------|-----------------------------|
| 1 | Apakah Saya telah memahami sifat-sifat nilai mutlak? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 2 | Apakah Saya dapat menerapkan sifat-sifat nilai mutlak untuk menyelesaikan persamaan linear nilai mutlak satu variabel? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 3 | Apakah Saya dapat menyusun persamaan linear nilai mutlak satu variabel dari sebuah soal cerita? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 4 | Apakah Saya dapat menyelesaikan persamaan linear nilai mutlak satu variabel dari sebuah soal cerita? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |

Bila ada jawaban "Tidak", maka segeralah kalian lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak".

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3

PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK LINEAR SATU VARIABEL

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 3 ini diharapkan peserta didik mampu:

1. memahami sifat-sifat suatu pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel,
2. menggunakan sifat-sifat nilai mutlak untuk menyelesaikan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel,
3. melakukan operasi aljabar yang melibatkan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel serta penggunaannya untuk menyelesaikan masalah kontekstual dalam kehidupan sehari-hari dengan terampil.

B. Uraian Materi

1. Sifat-sifat Nilai Mutlak

Peserta didik sekalian, jika di kegiatan pembelajaran 2 kalian telah mempelajari sifat-sifat persamaan nilai mutlak linear satu variabel dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari, maka pada kegiatan pembelajaran 3 kali ini kita akan mempelajari sifat-sifat pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Pasti kalian penasaran bukan? Baiklah, kali ini kita akan membahas tentang sifat-sifat nilai mutlak linear satu variabel yang sering digunakan untuk menyelesaikan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel. Selain dari definisi nilai mutlak yang sudah kalian pelajari sebelumnya, terdapat beberapa sifat nilai mutlak yang sering digunakan dalam menyelesaikan masalah yang melibatkan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel ialah sebagai berikut.

sifat nilai mutlak yang melibatkan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel

Untuk setiap a, b, x bilangan real, berlaku:

2. Jika $a \geq 0$ dan $|x| \leq a$, maka $-a \leq x \leq a$.
3. Jika $a < 0$ dan $|x| \leq a$, maka tidak ada bilangan real x yang memenuhi pertidaksamaan.
4. Jika $|x| \geq a$, dan $a > 0$ maka $x \geq a$ atau $x \leq -a$.
5. $|a + b| \leq |a| + |b|$ dan $|a - b| \geq |a| - |b|$

Selain sifat-sifat di atas, ada hal lain yang perlu kalian ketahui pada bentuk pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel, yaitu pertidaksamaan tersebut dapat diperoleh dari persamaan atau fungsi nilai mutlak yang diberikan. Untuk lebih jelasnya bagaimana menerapkan sifat-sifat di atas, marilah mencermati contoh soal berikut.

Contoh 1:

Berdasarkan salah satu sifat nilai mutlak, selesaikanlah persamaan nilai mutlak linear satu variabel $|2x - 1| < 7$.

Alternatif Penyelesaian:

Berdasarkan sifat (1) maka:

$$-7 < (2x - 1) < 7$$

$$-7 + 1 < 2x < 7 + 1$$

$$-6 < 2x < 8$$

$$-3 < x < 4$$

Jadi penyelesaiannya adalah

$$-3 < x < 4$$

Semua ruas dibagi 2, diperoleh:

Nah, mudah bukan? Ternyata penerapan salah satu sifat nilai mutlak tidak terlalu sulit ya. Tentu kalian dapat mencermati bahwa untuk menyelesaikan soal ini kemampuan pra syarat yang harus kalian kuasai adalah kemampuan operasi dasar perhitungan. Bagaimana, apakah masih diperlukan contoh soal lain untuk memperjelas pemahaman kalian? Baiklah, silahkan cermati contoh soal berikut.

Contoh 2:

Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $|2x - 1| \geq |x + 3|$.

Alternatif Penyelesaian:

$$\sqrt{(2x - 1)^2} \geq \sqrt{(x + 3)^2}$$

$$(\sqrt{(2x - 1)^2})^2 \geq (\sqrt{(x + 3)^2})^2$$

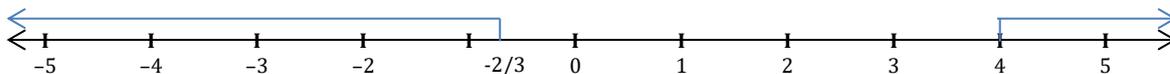
$$(2x - 1)^2 \geq (x + 3)^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 \geq x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 - 10x - 8 \geq 0, \text{ faktorkan persamaan kuadrat di ruas kiri, tentukan pembuat nol nya}$$

$$(x - 4)(3x + 2) = 0, \text{ diperoleh}$$

$$x = 4 \text{ atau } x = -2/3$$



Gambar 6. Garis Bilangan
(Sumber: Dokumentasi Pribadi)

Dari garis bilangan diperoleh interval nilai x yang memenuhi adalah: $x \leq -2/3$ atau $x \geq 4$.

Bagaimana dengan contoh kedua ini? Pasti kalian sudah lebih memahami penggunaan sifat-sifat nilai mutlak untuk menyelesaikan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel ya. Jika pun kalian belum memahami dengan baik, jangan ragu untuk mengulang kembali materi yang telah dipelajari sampai kalian betul-betul memahami dengan baik.

2. Penerapan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

Peserta didik sekalian, tahukah kalian bahwa selain persamaan nilai mutlak, pertidaksamaan nilai mutlak juga sangat banyak manfaat dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Jangan lupa penerapannya harus menggunakan sifat-sifat nilai mutlak yang akan membantu menyelesaikan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel. Jadi sebelum kalian menggunakan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel untuk menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari, kalian harus memahami sifat-sifat nilai mutlak. Nah, bagaimana penerapan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel dalam kehidupan sehari-hari? Marilah mencermati contoh berikut.

Contoh 1:



Gambar 3. Ilustrasi Mobil

(Sumber: <https://yos3prens.wordpress.com/2013/11/20/5-soal-dan-pembahasan-penerapan-nilai-mutlak/>)

Pada mobil-mobil baru, angka kilometer per liternya tergantung pada bagaimana mobil itu digunakan, apakah sering digunakan untuk perjalanan jarak jauh ataukah hanya untuk perjalanan jarak dekat (dalam kota). Untuk suatu merek mobil tertentu, angka kilometer per liternya berkisar di angka 2,8 kurang atau lebihnya dari 12 km/L. Berapakah jangkauan dari angka km/L dari mobil tersebut?

Alternatif Penyelesaian:

Misalkan m adalah angka km/L dari mobil tersebut. Maka, selisih m dan 12 tidak boleh lebih dari 2,8, atau dapat dituliskan ke dalam $|m - 12| \leq 2,8$.

$$\begin{aligned} & |m - 12| \leq 2,8 \\ \Leftrightarrow & -2,8 \leq m - 12 \leq 2,8 \\ & 9,2 \leq m \leq 14,8 \end{aligned}$$

Sehingga jangkauan dari angka km/L mobil tersebut adalah dari angka 9,2 km/L sampai 14,8 km/L. Jika kalian akan membeli mobil baru, apakah informasi tersebut penting untuk diketahui? Mengapa?

Contoh 2:



Gambar 4. Ilustrasi Ikan di Teluk

(Sumber: <https://yos3prens.wordpress.com/2013/11/20/5-soal-dan-pembahasan-penerapan-nilai-mutlak/>)

Terdapat aturan untuk memancing ikan di sebuah Teluk di kota K. Untuk menjaga kelestarian di sekitar teluk, dianjurkan memancing di laut dengan kedalaman optimal (d)

pada saat menangkap jenis ikan tertentu memenuhi pertidaksamaan $8|d - 150| - 432 < 0$ (dalam meter). Tentukan jangkauan kedalaman yang dianjurkan untuk menangkap jenis ikan tersebut. Jawablah dengan pertidaksamaan yang sederhana.

Alternatif Penyelesaiannya:

Diketahui pertidaksamaan $8|d - 150| - 432 < 0$ dengan d adalah kedalaman optimal(dalam meter). Sehingga,

$$8|d - 150| - 432 < 0$$

$$\Leftrightarrow 8|d - 150| < 432 \text{ (masing-masing ruas ditambah 432)}$$

$$\Leftrightarrow |d - 150| < 54 \text{ (masing-masing ruas dikali } 1/8\text{)}$$

$$\Leftrightarrow -54 < d - 150 < 54$$

$$\Leftrightarrow 96 < d < 204$$

Sehingga, kedalaman yang dianjurkan untuk menangkap ikan jenis tersebut adalah di antara 96 meter sampai 204 meter ($96 < d < 204$). Menurut kalian siapakah yang paling membutuhkan informasi ini, nelayan, penduduk di sekitar Teluk, ataukah petugas dari Dinas Kelautan? Mengapa?

C. Rangkuman

Untuk setiap a, b, x bilangan real, berlaku:

- Jika $a \geq 0$ dan $|x| \leq a$, maka $-a \leq x \leq a$.
- Jika $a < 0$ dan $|x| \leq a$, maka tidak ada bilangan real x yang memenuhi pertidaksamaan.
- Jika $|x| \geq a$, dan $a > 0$ maka $x \geq a$ atau $x \leq -a$.
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ dan $|a - b| \geq |a| - |b|$

D. Latihan Soal

Soal Essay

- Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\frac{|3x + 2|}{4} \leq 1$.
- Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\frac{-1}{3} \left| 3 + \frac{x}{2} \right| < -2$.
- Sebuah pabrik membuat silinder mesin mobil dengan lubang berdiameter 7,9 cm. Silinder itu tidak akan memenuhi syarat apabila ukuran diameter lubangnya menyimpang 0,0025 cm atau lebih. Tentukan panjang diameter lubang maksimum dan diameter lubang minimum pada silinder tersebut.
- Pintu air Manggarai merupakan bagian dari sistem pengendalian banjir di Jakarta. Fungsi pintu air ini adalah mengalihkan air Sungai Ciliwung ke bagian luar Jakarta. Ketinggian air di pintu air Manggarai dipertahankan sampai 750 cm. Akibat pengaruh cuaca, ketinggian air menyimpang lebih dari 80 cm. Tentukan interval perubahan ketinggian air di pintu air Manggarai tersebut.
- Pada suatu hari, rata-rata kepadatan lalu lintas di suatu perempatan adalah 726 mobil per jam (mpj). Selama jam sibuk kepadatan lalu lintasnya lebih tinggi, sedangkan selama jam longgar kepadatannya lebih rendah. Tentukan jangkauan dari kepadatan lalu lintas di perempatan tersebut jika kepadatannya tidak pernah lebih atau kurang 235 mpj dari rata-rata.

Pembahasan Soal Latihan

1. Alternatif Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan pertidaksamaan $\frac{|3x+2|}{4} \leq 1$, kita harus mengisolasi simbol nilai mutlak di satu ruas.

$$\frac{|3x+2|}{4} \leq 1$$

$$|3x+2| \leq 4 \text{ (masing-masing ruas dikalikan 4)}$$

$$-4 \leq (3x+2) \leq 4 \text{ (Sifat pertidaksamaan)}$$

$$-6 \leq 3x \leq 2 \text{ (masing-masing ruas ditambah (-2))}$$

$$-2 \leq x \leq 2/3 \text{ (masing-masing ruas dikalikan 1/3)}$$

Sehingga, himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\frac{|3x+2|}{4} \leq 1$ adalah $\{x \mid -2 \leq x \leq 2/3, x \in \mathbb{R}\}$. (Skor: 20).

2. Alternatif Penyelesaian:

Perhatikan bahwa $\frac{-1}{3} \left| 3 + \frac{x}{2} \right| < -2$ merupakan pertidaksamaan kurang dari. Tetapi jika kita mengalikan kedua ruas dengan -3 , kita harus membalik tanda pertidaksamaannya menjadi lebih dari.

$$\frac{-1}{3} \left| 3 + \frac{x}{2} \right| < -2$$

$$\left| 3 + \frac{x}{2} \right| > 6 \text{ (masing-masing ruas dikalikan (-3))}$$

$$3 + \frac{x}{2} < -6 \text{ atau } 3 + \frac{x}{2} > 6 \text{ (berdasarkan sifat nilai mutlak)}$$

$$\frac{x}{2} < -9 \text{ atau } \frac{x}{2} > 3 \text{ (masing-masing ruas ditambah -3)}$$

$$x < -18 \text{ atau } x > 6$$

Sehingga himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan tersebut adalah $\{x \mid x < -18 \text{ atau } x > 6, x \in \mathbb{R}\}$. (Skor: 20).

3. Alternatif Penyelesaian:

Pertidaksamaan nilai mutlak yang sesuai dengan permasalahan di atas dengan x sebagai panjang diameter lubang yang diukur adalah $|x-7,9| < 0,0025$. Dengan menggunakan sifat pertidaksamaan nilai mutlak, diperoleh

$$|x-7,9| < 0,0025$$

$$-0,0025 < x-7,9 < 0,0025$$

$$-0,0025+7,9 < x < 0,0025+7,9$$

$$7,8975 < x < 7,9025$$

Jadi, panjang diameter lubang maksimum dan diameter lubang minimum pada silinder tersebut berturut-turut adalah 7,9025 cm dan 7,8975 cm. (Skor: 20).

4. Alternatif Penyelesaian:

Pertidaksamaan nilai mutlak yang sesuai dengan permasalahan di atas dengan x sebagai ketinggian air atas perubahan yang terjadi adalah $|x-750| < 80$. Dengan menggunakan sifat pertidaksamaan nilai mutlak, diperoleh

$$|x-750| < 80$$

$$-80 < x-750 < 80$$

$$-80+750 < x < 80+750$$

$$670 < x < 830$$

Jadi, interval perubahan ketinggian air di pintu air Manggarai tersebut adalah di antara 670 cm dan 830 cm. (Skor: 20).

5. Alternatif Penyelesaian:

Diketahui kepadatan lalu lintas di perempatan tersebut tidak pernah lebih atau kurang 235 mpj dari rata-rata.

Misalkan v adalah kepadatan lalu lintas di perempatan tersebut, maka selisih v dan 726 harus kurang dari atau sama dengan 235, atau dapat dimodelkan menjadi $|v - 726| \leq 235$.

$$\begin{aligned} &|v - 726| \leq 235 \\ -235 &\leq |v - 726| \leq 235 \text{ (sifat pertidaksamaan)} \\ 491 &\leq v \leq 961 \text{ (masing-masing ruas ditambah 726)} \end{aligned}$$

Sehingga, jangkauan kepadatan lalu lintas di perempatan tersebut lebih dari atau sama dengan 491 mpj dan kurang dari atau sama dengan 961 mpj. (Skor: 20).

Nilai Latihan soal ini adalah: jumlah semua skor dari setiap nomor

E. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

| No. | Pertanyaan | Jawaban | |
|-----|---|--------------------------|-----------------------------|
| 1 | Apakah Saya telah memahami sifat-sifat nilai mutlak untuk pertidaksamaan linear nilai mutlak satu variabel? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 2 | Apakah Saya dapat menerapkan sifat-sifat nilai mutlak untuk menyelesaikan pertidaksamaan linear nilai mutlak satu variabel? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 3 | Apakah Saya dapat menyusun pertidaksamaan linear nilai mutlak satu variabel dari sebuah soal cerita? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 4 | Apakah Saya dapat menyelesaikan pertidaksamaan linear nilai mutlak satu variabel dari sebuah soal cerita? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |

Bila ada jawaban "Tidak", maka segeralah kalian lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak"

EVALUASI

Pilihlah satu jawaban yang paling benar.

1. Nilai p yang memenuhi $|p|=10$ adalah...
 - A. $p = -10$
 - B. $p = -5$
 - C. $p = 10$
 - D. $p = 5$ atau $p = -5$
 - E. $p = 10$ atau $p = -10$

2. Jika $|3k|=6|3k|=6$, maka nilai k yang memenuhi adalah...
 - A. $k = -2$ atau $k = 2$
 - B. $k = -3$ atau $k = 3$
 - C. $k = -6$ atau $k = 6$
 - D. $k = -2$
 - E. $k = -3$

3. Nilai x yang memenuhi persamaan $|3x+2| + 4x = 6$ adalah...
 - A. $x = \frac{4}{7}$ atau $x = 8$
 - B. $x = \frac{4}{7}$ atau $x = -8$
 - C. $x = -\frac{4}{7}$
 - D. $x = \frac{4}{7}$
 - E. $x = 8$

4. Nilai-nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $|x-1| < 2$ adalah...
 - A. $x \leq -1$
 - B. $x \leq 3$
 - C. $x > -1$
 - D. $-3 < x < 1$
 - E. $-1 < x < 3$

5. Himpunan semua nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $|x + 8| - |3x - 4| \geq 0$ adalah...
 - A. $\{x | x \geq -8\}$
 - B. $\{x | x \leq \frac{4}{3}\}$
 - C. $\{x | -1 \leq x \leq 6\}$
 - D. $\{x | -8 \leq x \leq \frac{4}{3}\}$
 - E. $\{x | x \leq -1$ atau $x \geq 6\}$

6. Jika $2|x - 1| < |x + 2|$, maka nilai-nilai x yang memenuhi adalah...
 - A. $-2 < x < 0$ atau $-2 < x < 0$
 - B. $0 < x < 2$
 - C. $0 < x < 4$
 - D. $x < 0$ atau $x > 4$
 - E. $0 < x < \infty$ atau $-\infty < x < 4$

7. Penyelesaian pertidaksamaan $|\frac{x+3}{x-3}| \leq 1$ adalah...
 - A. $x < 3$
 - B. $x < 0$
 - C. $x \leq 0$

- D. $x > 1$
 E. $x \geq 1$
8. Sungai X memiliki sifat cepat meluap pada musim hujan dan mengering di musim kemarau. Debit air sungai tersebut sebesar $137 \text{ m}^3/\text{s}$ pada cuaca normal. Perubahan debit pada cuaca tidak normal adalah $56 \text{ m}^3/\text{s}$. Nilai peningkatan minimum debit air sungai tersebut adalah... .
 A. $60 \text{ m}^3/\text{s}$
 B. $75 \text{ m}^3/\text{s}$
 C. $81 \text{ m}^3/\text{s}$
 D. $125 \text{ m}^3/\text{s}$
 E. $193 \text{ m}^3/\text{s}$
9. Seekor semut berjalan ke kiri dalam arah sumbu-X sepanjang 5 cm, kemudian berbalik arah sejauh 10 cm, lalu semut itu berjalan lagi ke kanan sepanjang 15 cm dan terakhir berbalik arah sepanjang 12 cm. Tentukan jarak total yang ditempuh semut tersebut.
 A. 12
 B. 15
 C. 30
 D. 37
 E. 42
10. Nilai q yang memenuhi $|-6q-200| = 160$ adalah... .
 A. $q = -60$ atau $q = -523$
 B. $q = -60$ atau $q = -623$
 C. $q = -60$ atau $q = 623$
 D. $q = 60$ atau $q = -623$
 E. $q = 60$ atau $q = 623$
11. Himpunan penyelesaian mewakili nilai x yang memenuhi persamaan $|3x-2|-|x-3| = 4 - |x+2|$ adalah... .
 A. $\{-3, -\frac{7}{3}\}$
 B. $\{-\frac{7}{3}, -\frac{7}{5}\}$
 C. $\{-\frac{7}{3}, 3\}$
 D. $\{-\frac{7}{3}, \frac{1}{3}, \frac{7}{5}, 3\}$
 E. $\{-3, -\frac{7}{3}, \frac{1}{3}, \frac{7}{5}\}$
12. Pada orang yang terkena demam berdarah (DB), jumlah hemoglobin per milimeter darah berkurang drastis karena dihancurkan oleh virus. Oleh karena itu, penderita demam berdarah harus dirawat di rumah sakit untuk menaikkan dan mempertahankan jumlah trombosit antara 150.000 mm^3 sampai dengan 400.000^3 . Dimisalkan rumah sakit memutuskan untuk penderita yang sudah positif DB, jumlah trombositnya harus dinaikkan dan dipertahankan sebesar 175.000 mm^3 dalam beberapa hari untuk mengantisipasi timbulnya virus yang lebih ganas. Jika pengaruh psikologi karena perawatan terjadi penyimpangan jumlah trombosit sebesar 10.000 mm^3 , tentukan interval perubahan jumlah trombosit untuk mempertahankan kondisi normal.
 A. 185.000 mm^3 sampai 400.000 mm^3 .
 B. 175.000 mm^3 sampai 185.000 mm^3 .
 C. 165.000 mm^3 sampai 185.000 mm^3 .

- D. 165.000 mm³ sampai 175.000 mm³.
E. 150.000 mm³ sampai 165.000 mm³.
13. Berdasarkan aturan resmi dari olahraga golf, bisbol, biliard, dan bowling, (a) ukuran bola golf harus tidak lebih dan kurang 0,03 mm dari $d = 42,7$ mm, (b) ukuran bola bisbol harus tidak lebih dan kurang 1,01 mm dari $d = 73,78$ mm, (c) ukuran bola biliard harus tidak lebih dan kurang 0,127 mm dari $d = 57,15$ mm, dan (d) ukuran bola bowling harus tidak lebih dan kurang 12,05 mm dari $d = 217,105$ mm. Tentukan olahraga mana yang memberikan toleransi t ($t =$ interval lebar/diameter rata-rata) yang paling kecil.
- A. Bola golf
B. Bola bisbol
C. Bola biliard
D. Bola bowling
E. Semua jawaban benar
14. Harga saham sebuah perusahaan yang telah terdaftar di Bursa Efek Indonesia (BEI) bergerak fluktuatif. Hal ini disebabkan perusahaan tersebut melakukan aksi korporasi. Dalam satu minggu hari bursa, harga saham terendah perusahaan itu adalah Rp. 715,00 dan harga saham tertinggi mencapai Rp. 755,00. Misalkan x adalah pergerakan harga saham selama satu minggu tersebut di atas. Fungsi Pergerakan harga saham ini dalam pertidaksamaan nilai mutlak yang memuat variabel x adalah... .
- A. $|x-755| \geq 40$
B. $|x-755| \leq 40$
C. $|x-715| \leq 40$
D. $|x-715| \geq 40$
E. $|x-715| = 40$
15. Harga tiket sebuah konser adalah Rp. 750.000,00 dengan besar biaya pertunjukan Rp. 225.000.000,00. Pertunjukan dianggap gagal jika mengalami kerugian lebih dari 15% dan dianggap sukses jika mengalami keuntungan lebih dari 15%. Jika p dimisalkan sebagai banyak tiket yang terjual, bagaimana interval nilai p ?
- A. 225 sampai 300
B. 225 sampai 345
C. 255 sampai 345
D. 255 sampai 300
E. 300 sampai 345

Kunci Jawaban Evaluasi

1. E
2. A
3. D
4. E
5. D
6. C
7. C
8. C
9. E
10. B
11. B
12. C
13. A
14. B
15. C

Nilai Latihan soal ini adalah: $\frac{\text{Jumlah jawaban benar}}{15} \times 100$

KRITERIA PINDAH MODUL

Peserta didik dinyatakan memahami modul ini atau dapat berpindah ke modul berikutnya apabila telah memenuhi salah satu persyaratan berikut.

1. Mampu mengerjakan soal latihan secara lengkap, benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, dengan hasil minimal 75%.
2. Mampu mengerjakan evaluasi untuk modul ini dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, dengan hasil minimal 75%.

Peserta didik dinyatakan belum memahami dan menguasai modul ini serta belum dapat berpindah ke modul berikutnya apabila:

1. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan dengan hasil di bawah 75%.
2. Mengerjakan evaluasi dengan hasil di bawah 75%.

DAFTAR PUSTAKA

Kemendikbud. 2017. *Modul 1: Belajar Cerdas. Matematika Paket C, Setara Kelas X SMA/MA*. Jakarta: Dirjen PAUD dan DIKMAS. Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan.

Sinaga, Bornok, dkk. 2017. *Matematika SMA/MA/SMK/MAK Untuk Kelas X*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

<https://cerdasnurani.com/ppdb/cerdas-nurani-batujajar/waktu-jam-belajar-2/>. 2020. Diakses pada tanggal 12 September 2020.

<https://yos3prens.wordpress.com/2013/11/20/5-soal-dan-pembahasan-penerapan-nilai-mutlak/>. 2013. Diakses pada tanggal 12 September 2020.

<https://mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-soal-cerita-nilai-mutlak>. 2019. Diakses pada tanggal 12 September 2020.

<https://blog.ruangguru.com/menyelesaikan-persamaan-linear-mutlak>. 2019. Diakses pada tanggal 12 September 2020.

<https://brainly.co.id/tugas/22118492>. 2019. Diakses pada tanggal 5 Oktober 2020.